



KONİK VISKOELASTİK HELİSİN DEĞİŞİK PARAMETRELER İÇİN SE ANALİZİ

Nihal Eratlı^{*}
İstanbul Teknik Ü.
İstanbul

Faruk F. Çalın[†]
Mustafa Kemal Ü.
İskenderun

Ümit N. Arıbaş[‡]
İstanbul Teknik Ü.
İstanbul

Mehmet H. Omurtag[§]
İstanbul Teknik Ü.
İstanbul

ÖZET

Dik kesiti kare olan, konik viskoelastik helislerin dinamik analizi karışık sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak yapılmıştır. Timoshenko çubuk varsayımının kullanıldığı çalışmada, helisel viskoelastik çubuklar için fonksiyonel Laplace uzayına taşınmıştır. İki düğüm noktalı eğrisel çubuk elemanı kullanılarak, eleman matrisleri elde edilmiştir. Kelvin modelinin kullanıldığı çalışmada malzeme sabitlerinin Laplace uzayındaki karşılıkları karşigelim ilkesi (correspondence principle) kullanılarak bulunmuştur. Eksen geometrisi silindirik olmayan helis geometrisi için Laplace uzayında karışık sonlu eleman çözümü yapılmış ve daha sonra sayısal ters Laplace dönüşüm yöntemlerinden biri olan modifiye Durbin kullanılarak zaman uzayına geri dönülmüştür. Geliştirilen formülasyonun doğrulaması silindirik viskoelastik konsol helis problemi için yapılmış, daha sonra da konik viskoelastik helisel çubuklar farklı parametreler için incelenmiştir.

1. Giriş

Helisel yaylar, mühendislik uygulamalarında önemli görevlere hizmet ederler. Makine mühendisliğinde titreşimi azaltmak için mekanik aksamalarda, helisel taşıyıcı sistem olarak da inşaat mühendisliği uygulamalarında kullanılmaktadırlar. Elastik helisel yayların statik analizi [16-18,29-31] ve serbest titreşim analizi [1,2,22] çeşitli araştırmacılar tarafından yapılmıştır. Silindirik olmayan elastik helisel yayların serbest titreşim analizleri de [3,4,8,9,12-14,20] tarafından farklı yöntemler kullanılarak yapılmıştır. Malzemelerin mekanik davranışları elastik, plastik veya viskoelastik olabilir. Elastik malzeme davranışı en basit varsayım olup, diğerleri gittikçe karmaşılaşır. Gerçekte ise, bünyelerindeki iç sürtünmeden dolayı malzemelerde az ya da çok viskoelastik davranışlar gözlenir. Dolayısıyla viskoelastik tavrı görmezden gelmek doğru olmaz [21,24,28]. Doğrusal ve eğri eksenli viskoelastik çubukların kuazi-statik ve dinamik davranışları sonlu elemanlar ve tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemleri kullanılarak çalışılmıştır [5-7,10,11,15].

Bu çalışmada, dik kesiti kare ve eksen geometrisi silindirik olmayan viskoelastik helisel çubukların dinamik analizi yapılmıştır. Elastik helisel çubuklar için [17] de Timoshenko çubuk kuramı kullanılarak geliştirilmiş olan fonksiyonel, viskoelastik problemler için Laplace uzayına taşınmıştır. İki düğüm noktalı eğrisel çubuk elemanı kullanılarak eleman matrisleri elde edilmiştir. Kelvin modeli kullanılarak malzeme sabitlerinin Laplace uzayındaki kompleks karşılıkları karşigelim ilkesi kullanılarak bulunmuştur [7]. Laplace uzayında karışık sonlu eleman çözümü yapılmış, daha sonra

^{*} Doç.Dr., İnşaat Fak., İnşaat Müh. Böl., E-posta: eratli@itu.edu.tr

[†] Doç.Dr., Mühendislik Fak., İnşaat Müh. Böl., E- posta: fcalim@mku.edu.tr

[‡] İnş.Müh., Yüksek Lisans, İnşaat Fak., İnşaat Müh. Böl., E-posta: umitaribas@hotmail.com

[§] Prof.Dr. İnşaat Fak., İnşaat Müh. Böl., E-posta: omurtagm@itu.edu.tr

sayısal ters Laplace dönüşüm yöntemlerinden biri olan Durbin [25,26] kullanılarak zaman uzayına geri dönüşmüştür. Bu konuda geniş açıklama [7] de mevcuttur. Bu çalışmada geliştirilen formülasyon için doğrulama, silindirik viskoelastik helisleri tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemi ile inceleyen [5,7] deki örnekler kullanılarak yapılmıştır. Konik viskoelastik helisel çubuklar için farklı R_2/R_1 ve sönüm oranları için sayısal çözümler elde edilmiş ve irdelenmiştir.

2. Laplace uzayında alan denklemleri ve fonksiyonel

Helis geometrisi ile ilgili detaylı bilgi ve Timoshenko çubuk kuramını esas alan denklemler [4,17,27] de yer almaktadır. Bu denklemlerin Laplace uzayına taşınması ile,

$$\text{Denge denklemleri} \quad -\frac{d\bar{\mathbf{T}}}{ds} - \bar{\mathbf{q}} + \rho A z^2 \bar{\mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (1)$$

$$-\frac{d\bar{\mathbf{M}}}{ds} - \mathbf{t} \times \bar{\mathbf{T}} - \bar{\mathbf{m}} + \rho I z^2 \bar{\boldsymbol{\Omega}} = \mathbf{0}$$

$$\text{Kinematik ilişkiler} \quad \frac{d\bar{\mathbf{u}}}{ds} + \mathbf{t} \times \bar{\boldsymbol{\Omega}} - \bar{\boldsymbol{\gamma}} = \mathbf{0} \quad (2)$$

$$\frac{d\bar{\boldsymbol{\Omega}}}{ds} - \bar{\boldsymbol{\kappa}} = \mathbf{0}$$

$$\text{Bünye bağıntıları} \quad \bar{\boldsymbol{\gamma}} - \bar{\mathbf{C}}_\gamma \bar{\mathbf{T}} = \mathbf{0} \quad (3)$$

$$\bar{\boldsymbol{\kappa}} - \bar{\mathbf{C}}_\kappa \bar{\boldsymbol{\Omega}} = \mathbf{0}$$

elde edilir. (1), (2) ve (3) de frekans uzayında tanımlanmış vektörel büyüklükler $\bar{\mathbf{u}}$ yer değiştirme, $\bar{\boldsymbol{\Omega}}$ dönme, $\bar{\mathbf{T}}$ kuvvet, $\bar{\mathbf{M}}$ moment vektörleri olup, açık ifadeleri $\bar{\mathbf{u}} = \bar{u}_i \mathbf{t} + \bar{u}_n \mathbf{n} + \bar{u}_b \mathbf{b}$, ... , $\bar{\mathbf{M}} = \bar{M}_i \mathbf{t} + \bar{M}_n \mathbf{n} + \bar{M}_b \mathbf{b}$ şeklindedir. ρ malzemenin yoğunluğu, A kesit alanı, I eylemsizlik moment vektörüdür. Yine frekans uzayında tanımlanmış diğer vektörler, $\bar{\boldsymbol{\gamma}}$ birim kayma vektörü, $\bar{\boldsymbol{\kappa}}$ birim dönme vektörü, $\bar{\mathbf{C}}_\gamma$ ve $\bar{\mathbf{C}}_\kappa$ sünme matrisleri, $\bar{\mathbf{q}}$ ve $\bar{\mathbf{m}}$ yayılı dış kuvvet ve moment vektörleri olup, z Laplace parametresidir. Laplace uzayında tanımlanmış bu denklemler $\bar{\mathbf{Q}} = \bar{\mathbf{L}}\bar{\boldsymbol{\gamma}} - \bar{\mathbf{f}}$ biçiminde operatör formda yazılıp, potansiyellik koşulu $\langle d\bar{\mathbf{Q}}(\bar{\boldsymbol{\gamma}}, \bar{\boldsymbol{\gamma}}), \bar{\boldsymbol{\gamma}} \rangle = \langle d\bar{\mathbf{Q}}(\bar{\boldsymbol{\gamma}}, \bar{\boldsymbol{\gamma}}^*), \bar{\boldsymbol{\gamma}} \rangle$ sağlatılarak, Laplace uzayındaki fonksiyonel

$$\bar{\mathbf{I}}(\bar{\boldsymbol{\gamma}}) = \int_0^l \langle \bar{\mathbf{Q}}(\eta \bar{\boldsymbol{\gamma}}, \bar{\mathbf{f}}), \bar{\boldsymbol{\gamma}} \rangle d\eta \quad (4)$$

bağıntısı kullanılarak bulunur [19,23]. İfadenin açık hali, iç çarpım biçiminde yazılacak olursa,

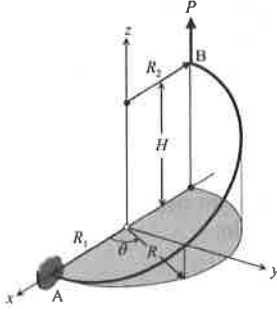
$$\begin{aligned} \mathbf{I}(\bar{\boldsymbol{\gamma}}) = & -[\bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{T}}_s] + [\mathbf{t} \times \bar{\boldsymbol{\Omega}}, \bar{\mathbf{T}}] - [\bar{\mathbf{M}}_s, \bar{\boldsymbol{\Omega}}] - \frac{1}{2}[\bar{\mathbf{C}}_\kappa \bar{\mathbf{M}}, \bar{\mathbf{M}}] - \frac{1}{2}[\bar{\mathbf{C}}_\gamma \bar{\mathbf{T}}, \bar{\mathbf{T}}] \\ & - \frac{1}{2}\rho A z^2 [\bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{u}}] - \frac{1}{2}\rho z^2 [\mathbf{I} \bar{\boldsymbol{\Omega}}, \bar{\boldsymbol{\Omega}}] \\ & - [\bar{\mathbf{q}}, \bar{\mathbf{u}}] - [\bar{\mathbf{m}}, \bar{\boldsymbol{\Omega}}] + [(\bar{\mathbf{T}} - \hat{\mathbf{T}}), \bar{\mathbf{u}}]_\sigma + [(\bar{\mathbf{M}} - \hat{\mathbf{M}}), \bar{\boldsymbol{\Omega}}]_\sigma + [\hat{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{T}}]_e + [\hat{\boldsymbol{\Omega}}, \bar{\mathbf{M}}]_e \end{aligned} \quad (5)$$

3. Sonlu eleman formülasyonu

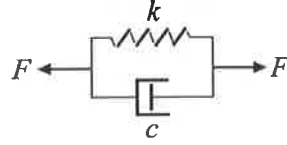
Sonlu eleman formülasyonunda, iki düğüm noktalı eğrisel eleman için $\theta_i > \theta_j$ ve $\Delta\theta = (\theta_i - \theta_j)$ olmak üzere (6) ifadesindeki doğrusal şekil fonksiyonları kullanılmıştır.

$$\phi_i = (\theta_j - \theta) / \Delta\theta \quad , \quad \phi_j = (\theta - \theta_i) / \Delta\theta \quad (6)$$

i ve j indisleri çubuk elemanının düğüm noktalarını göstermektedir. Bir düğüm noktasındaki bilinmeyenler $\{u_i, u_n, u_b, \Omega_i, \Omega_n, \Omega_b, T_i, T_n, T_b, M_i, M_n, M_b\}$ olmak üzere, iki düğüm noktalı elemandaki bilinmeyen sayısı 2×12 dir. Eleman matrisleri ile ilgili bilgi için [4,17] kullanılabilir.



Şekil 1. Konsol helis



Şekil 2. Kelvin modeli

4. Sayısal örnekler

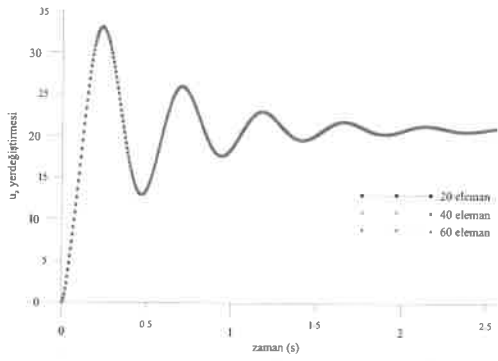
Bu bölümde Şekil 1'deki konsol helis problemi, silindirik ($R_1 = R_2$) ve konik ($R_1 \neq R_2$) helis geometrileri için çözülmüştür. Sayısal örnekler için kullanılan ortak bilgiler şöyle özetlenebilir;

- Konsol helis viskoelastik malzemeden yapılmıştır ve malzeme sabitleri Kelvin modeli (Şekil 2) esas alınarak karşılıklı ilkesi kullanılarak Laplace uzayında elde edilmiştir.

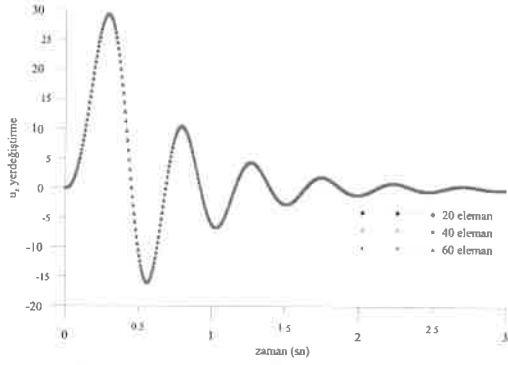
$$\bar{E} = \frac{E(1+fz)}{1 + \left[\frac{1}{3}(1-2\nu)f\right]z} \quad \bar{v} = \frac{3\nu - [(1-2\nu)f]z}{3 - [(1-2\nu)f]z} \quad (7)$$

- Laplace uzayında elde edilen çözümlerden zaman uzayına dönmek için Modifiye Durbin'in sayısal ters Laplace dönüşüm yöntemi kullanılmıştır[25,26].
- Elastisite modülü $E = 2.06 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, Poisson oranı $\nu = 0.3$, helis yarıçapı $R_1 = 200 \text{ cm}$, helis yüksekliği $H = 300 \text{ cm}$, kare çubuk kesitinin alanı $A = 12 \times 12 \text{ cm}^2$, tur sayısı $n = 0.5$, malzeme yoğunluğu $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$, sönüm oranı $f = 0.02$, birim adım yükün şiddeti $P = 10^6 \text{ N}$ olarak alınmıştır.
- Zaman uzayında elde edilen sonuçların değerlendirilmesinde, B noktasındaki u_z yer değiştirmesi ile A noktasındaki T_z kuvveti, M_y , M_z momentleri kullanılmıştır (Şekil 1).

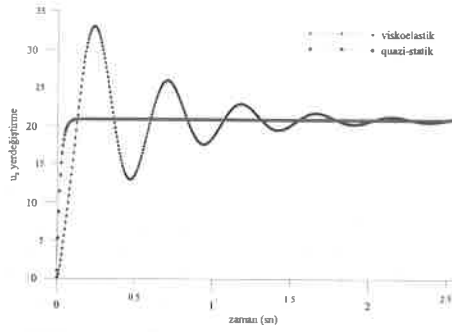
Örnek1. Silindirik konsol helis problemi: Bu çalışmada geliştirilen sonlu eleman formülasyonunun doğrulaması [5] deki silindirik helis problemi için yapılmıştır. Problem adım tipi ve sinüzoidal yükleme altında çözülmüş ve yakınsama grafikleri Şekil 3 ve Şekil 4 de verilmiştir. Yakınsama grafiklerinde 20, 40 ve 60 eleman için sonuçların üst üste düştüğü gözlenmiştir. Adım tipi ve sinüzoidal yüklemeler için 40 eleman kullanılarak, B noktasındaki yer değiştirme ve A noktasındaki kuvvet ve momentlere ait grafikler Şekil 5-12 de verilmiştir. Grafikler incelendiğinde, viskoelastik davranış statik/kuazi-statik davranış üzerinde salınmakta ve belli bir süre sonra sönümlenmektedir. Statik/kuazi-statik davranışa ulaşma zamanı sönüm oranı ile orantılıdır. u_z yer değiştirmesi için, Şekil 5 den $t=0.24 \text{ sn}$ ve Şekil 9 dan $t=0.28 \text{ sn}$ e karşı gelen değerlerin [5] deki sonuçlarla karşılaştırması Tablo1 de verilmiştir.



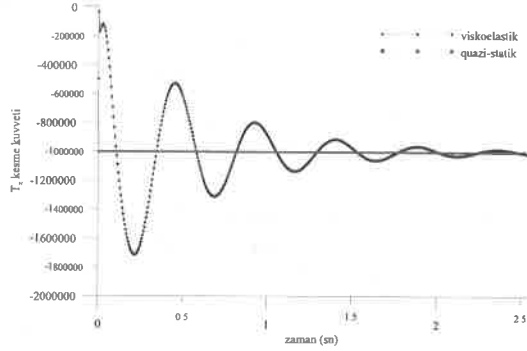
Şekil 3. Adım tipi yükleme için yakınsama



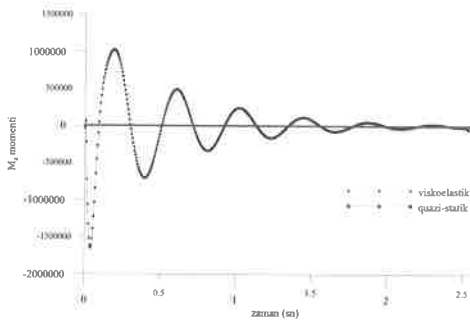
Şekil 4. Sinüzoidal yükleme için yakınsama



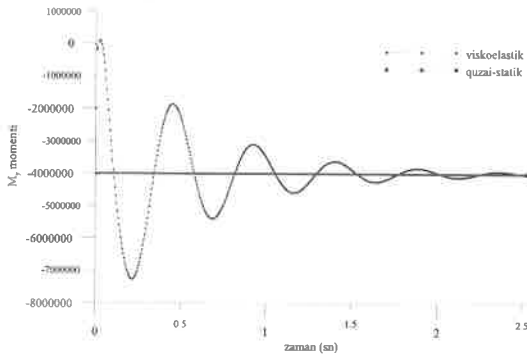
Şekil 5. Adım tipi yükleme için u_z yer değiştirmesi



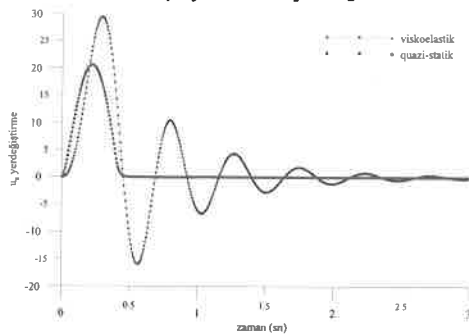
Şekil 6. Adım tipi yükleme için T_z kuvveti



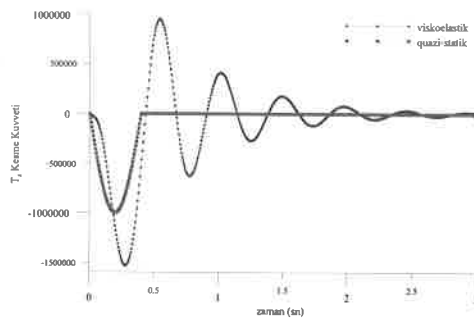
Şekil 7. Adım tipi yükleme için M_z momenti



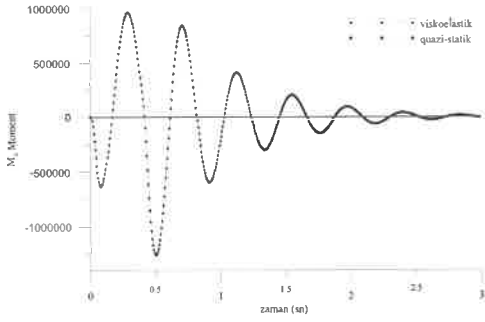
Şekil 8. Adım tipi yükleme için M_y momenti



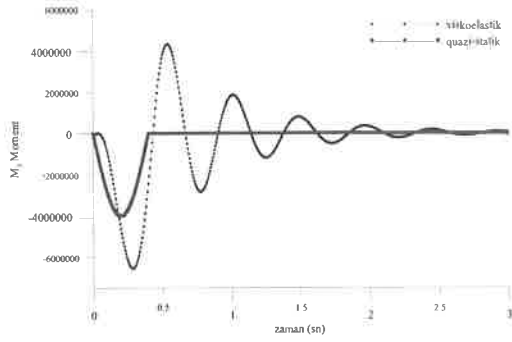
Şekil 9. Sinüzoidal yükleme için u_z yer değiştirmesi



Şekil 10. Sinüzoidal yükleme için T_z kuvveti



Şekil 11. Sinüzoidal yükleme için M_z momenti

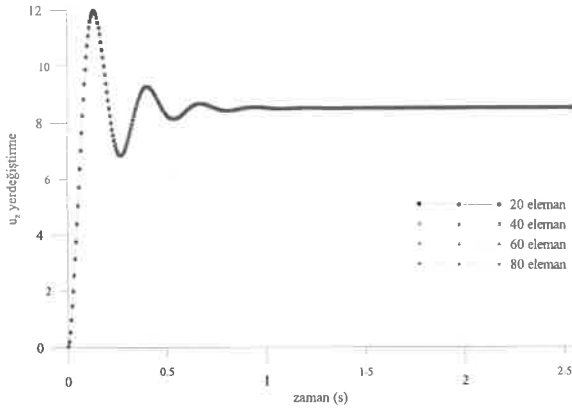


Şekil 12. Sinüzoidal yükleme için M_y momenti

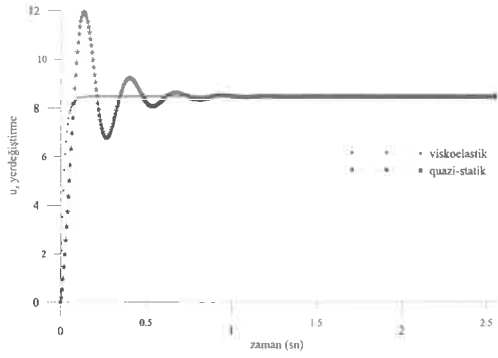
Tablo 1. u_z yer değiştirmesinin

Adım tipi yükleme						Sinüzoidal yükleme					
kuazi-statik			viskoelastik			kuazi-statik			viskoelastik		
mevcut çalışma	[5]	fark	mevcut çalışma	[5]	fark	mevcut çalışma	[5]	fark	mevcut çalışma	[5]	fark
20.87	20.8	%0.3	33.01	32.9	%0.3	17.69	17.6	%0.5	29.32	29.3	%0.07

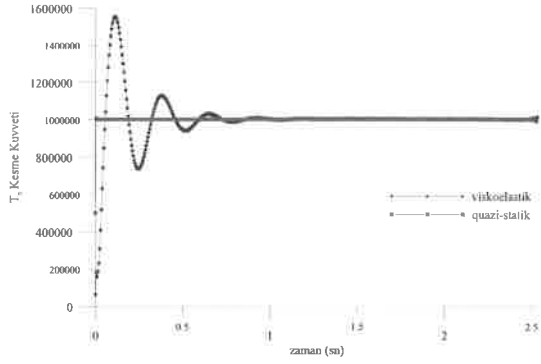
Örnek2. Konik konsol helis problemi: Şekil 1 de $R_1 \neq R_2$ olmak üzere, $R_2 / R_1 = 0.5$ alınarak adım tipi yükleme altındaki konsol helis problemi 20, 40, 60 ve 80 eleman için çözülmüş, yakınsama grafiği Şekil 13 de verilmiştir. Farklı eleman sayısı için elde edilen sonuçların üst üste düştüğü görülmüştür. 40 eleman kullanılarak, B noktasındaki yer değiştirme ve A noktasındaki kuvvet ve momentlere ait grafikler Şekil 14-17 de verilmiştir. Grafikler incelendiğinde, viskoelastik davranış statik davranışın etrafında salındığı ve silindirik helislere göre daha çabuk sönümlendiği gözlenmiştir.



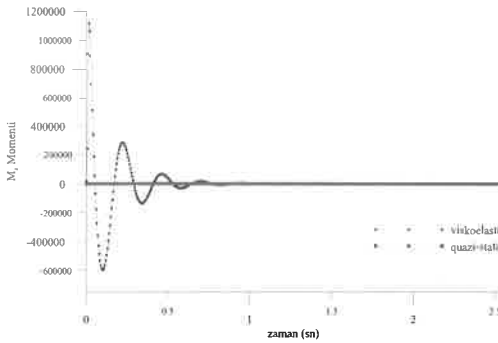
Şekil 13. Adım tipi yükleme için yakınsama



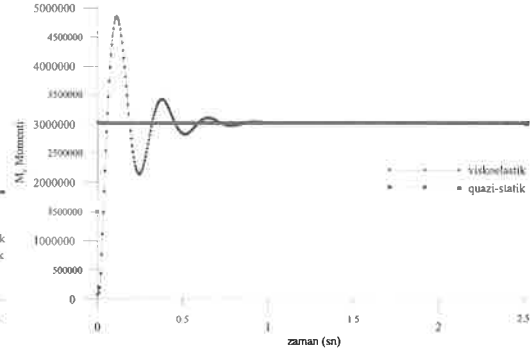
Şekil 14. Adım tipi yüklemeye için u_z yer değiştirmesi



Şekil 15. Adım tipi yüklemeye için T_z kuvveti

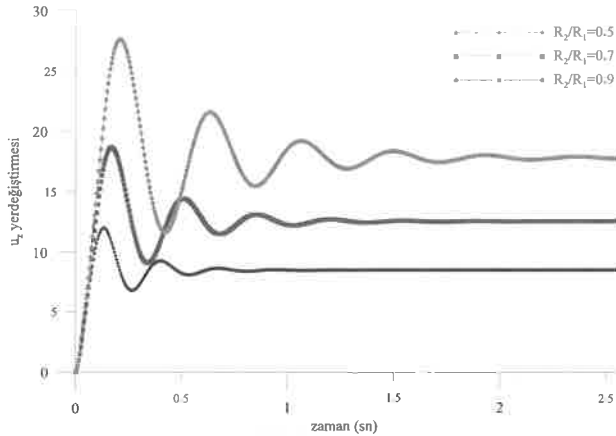


Şekil 16. Adım tipi yüklemeye için M_z momenti

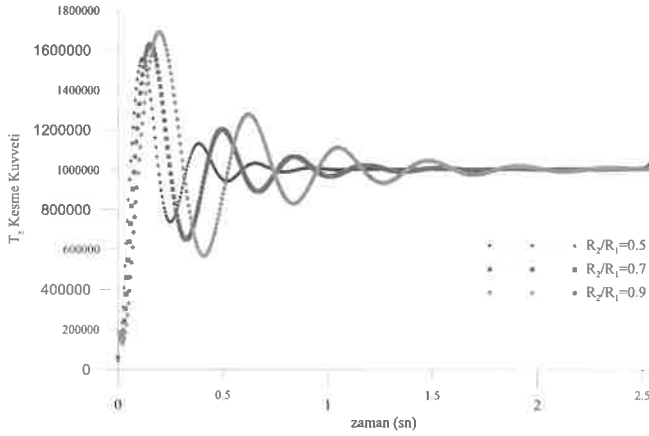


Şekil 17. Adım tipi yüklemeye için M_y momenti

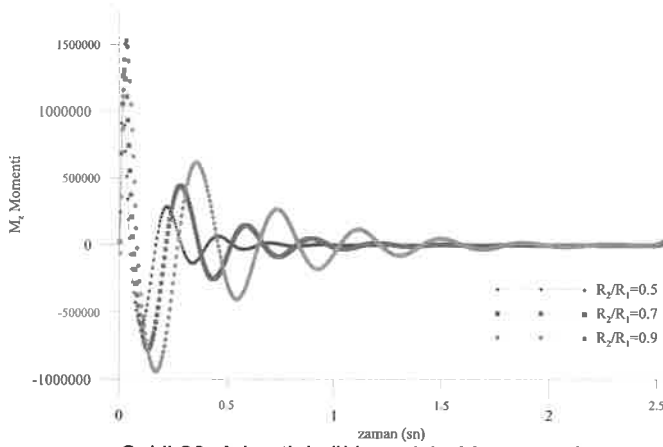
Örnek3. Farklı R_2/R_1 oranları için konik helis problemi: R_2 / R_1 oranı sırası ile 0.5, 0.7 ve 0.9 alınarak, adım tipi yüklemeye altında 40 eleman için konik helis problemi çözülmüş ve yer değiştirmeye, kuvvet ve momentlere ait sonuçlar Şekil 18-21 de verilmiştir. Koniklikten silindirikliğe gittikçe (R_2 / R_1 oranı arttıkça) hem hareketin genliği hem de titreşim periyodunun arttığı gözlenmiştir.



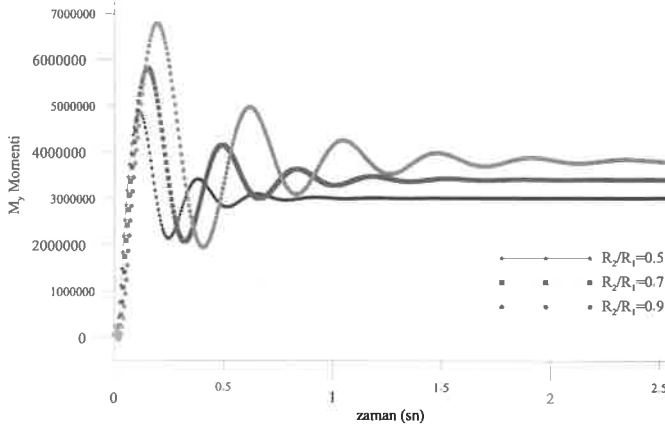
Şekil 18. Adım tipi yüklemeye için u_z yer değiştirmesi



Şekil 19. Adım tipi yükleme için T_z kuvveti

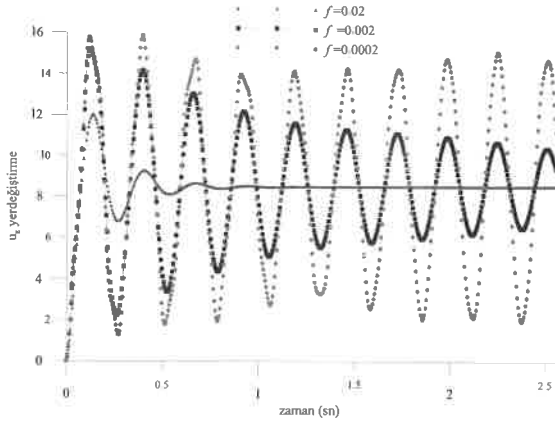


Şekil 20. Adım tipi yükleme için M_z momentini

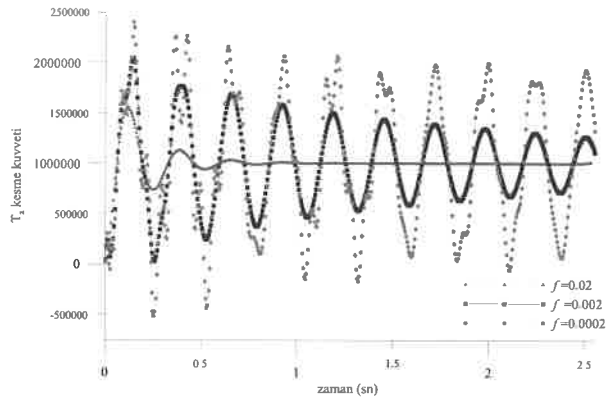


Şekil 21. Adım tipi yükleme için M_y momentini

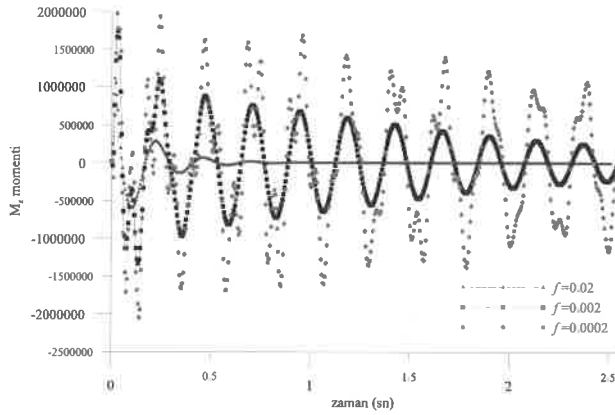
Örnek4. Farklı sönüm oranları için konik helis problemi: $R_2 / R_1 = 0.5$ olmak üzere farklı sönüm oranları için ($f=0.02$, $f=0.002$, $f=0.0002$), adım tipi yükleme altında konik helis problemi 40 eleman için çözülmüş ve yer değiştirme, kuvvet ve momentlere ait sonuçlar Şekil 22-25 de verilmiştir. Sönüm oranı arttıkça, davranış genliğinin azaldığı ve daha kısa sürede statik değere yaklaştığı gözlenmiştir.



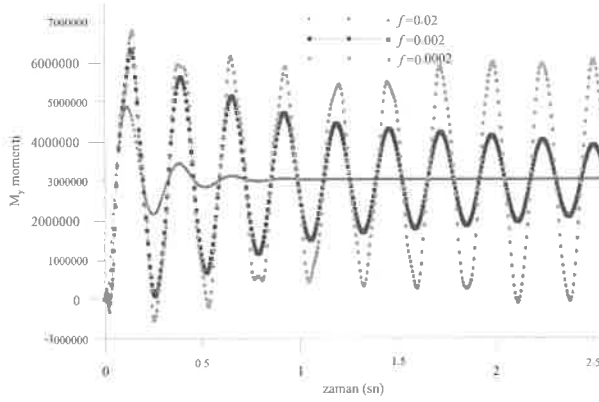
Şekil 22. Farklı sönüm oranları için u_z yer değiştirmesi



Şekil 23. Farklı sönüm oranları için T_z kuvveti



Şekil 24. Farklı sönüm oranları için M_z momenti

Şekil 25. Farklı sönüm oranları için M_y momenti

5. Sonuçlar

Bu çalışmada yapılanlar ve elde edilen sonuçlar özetlenecek olursa;

- Viskoelastik malzemeden yapılmış silindirik ve konik helislerin dinamik davranışları sonlu eleman yöntemi kullanılarak incelenmiştir.
- Problem Laplace uzayında incelenmiş, zaman uzayına geçiş için Modifiye Durbin'in ters Laplace dönüşümü kullanılmıştır.
- Viskoelastik malzeme durumunda, Kelvin modeli kullanılmış ve malzeme sabitleri Laplace uzayındaki kompleks karşılıkları ile yer değiştirmiştir. Formülasyonda, hem elastisite modülü hem de Poisson oranının kompleks karşılıkları kullanılmıştır.
- Viskoelastik malzemeden yapılmış helislerin dinamik davranışının belli bir süre sonra sönümlendiği ve statik değere yaklaştığı görülmüştür.
- 20/40/60 eleman sayıları için çözüm yapılmış, sonuçların üst üste düştüğü görülmüştür.
- Sönüm oranı arttıkça, dinamik davranışın/hareketin genliği hızla azalmakta ve daha kısa sürede statik değere yaklaşmaktadır. Viskoelastik konik helislerin dinamik davranışının, silindirik helislere göre daha kısa sürede sönümlendiği gözlenmiştir.
- Koniklikten silindirikliğe gittikçe (R_2/R_1 oranı arttıkça) hem hareketin genliği hem de titreşim periyodu artmaktadır.

Teşekkür- Yazarlar bu araştırmayı Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Projelerini Destekleme Programı kapsamında destekleyen TÜBİTAK'a teşekkür ederler. Proje No:111M308

Kaynaklar

- [1] Yu A. ve Yang C. Formulation and evaluation of an analytical study for cylindrical helical springs, *Acta Mechanica Solida Sinica*, Vol. 23(1), 85-94, 2010.
- [2] Lee J. Free vibration analysis of cylindrical helical springs by the pseudospectral method, *J. Sound and Vibration*, Vol. 302, 185-196, 2007.
- [3] Lee J. Free vibration analysis of non-cylindrical helical springs by the pseudospectral method, *J. Sound and Vibration*, Vol. 305, 543-551, 2007.
- [4] Girgin K. Free vibration analysis of non-cylindrical helices with, variable cross-section by using mixed FEM, *J. Sound and Vibration*, Vol. 297, 931-945, 2006.
- [5] Temel B. Çalım, F.F. ve Tütüncü N. Quasi-static and dynamic response of viscoelastic helical rods, *J. Sound and Vibration*, Vol. 271, 921-935, 2004.
- [6] Kadioğlu, F. ve Aköz, A.Y. The mixed finite element for quasi-static dynamic analysis of viscoelastic circular beams, *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 15(6), 735-752, 2003.

- [7] Çalım, F.F. Viskoelastik, Anizotropik Eğri Eksenli Uzaysal Çubuk Sistemlerin Dinamik Analizi, Doktora Tezi, ÇÜ, Adana, 2003.
- [8] Busool W. ve Eisenberger M. Free vibration helicoidal beams of arbitrary shape and variable cross section, *J. Vib. and Acoustics*, Vol. 124, 397-409, 2002.
- [9] Yıldırım V. Expressions for predicting fundamental natural frequencies of non-cylindrical helical springs, *J. Sound and Vibration*, Vol. 252(3), 479-491, 2002.
- [10] Kadioğlu, F. Viskoelastik Çubukların Kuazi-Statik ve Dinamik Analizi, Doktora Tezi, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 1999.
- [11] Aköz Y. ve Kadioğlu F. The mixed finite element method for the quasi-static and dynamic analysis of viscoelastic Timoshenko beams, *Int. J. Numer. Meths. Engng.*, Vol. 44, 1909-1932, 1999.
- [12] Yıldırım V. A parametric study on the free vibration of non-cylindrical helical springs, *J. Appl. Mech. ASME*, Vol. 65, 157-163, 1998.
- [13] Yıldırım V. ve İnce N. Natural frequencies of helical springs of arbitrary shape, *J. Sound and Vibration*, Vol. 204(2), 311-329, 1997.
- [14] Yıldırım V. Free vibration analysis of non-cylindrical coil springs by combined use of the transfer matrix and the complementary functions methods, *Commun. Numer. Meth. Engng.*, Vol. 13, 487-494, 1997.
- [15] Chen T.M. The hybrid Laplace transform/finite element method applied to the quasi-static and dynamic analysis of viscoelastic Timoshenko beams, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol. 38, 509-522, 1995.
- [16] Haktanır V. ve Kırıl E. Statical Analysis of elastically and continuously supported helicoidal structures by the transfer and stiffness matrix methods, *Comp. and Struct.*, Vol. 49(4), 663-677, 1993.
- [17] Omurtag M.H. ve Aköz A.Y. The mixed finite element solution of helical beams with variable cross-section under arbitrary loading, *Comp. and Struct.*, Vol. 43(2), 325-331, 1992.
- [18] Eisenberger M. Exact solution for general variable cross-section members, *Comp. and Struct.*, Vol. 41(4), 765-772, 1991.
- [19] Ertepinar, A., Demiray, H., İnan, E., Aksoğan, O. ve Aköz, Y. *Şekil Değiştiren Cisimler Mekaniği*, KTÜ, Trabzon, 1987.
- [20] Nagaya K., Takeda S. ve Nakata Y. Free vibration of coil springs of arbitrary shape, *Int. J. Numer. Methods in Engng.*, Vol. 23, 1081-1099, 1986.
- [21] Christensen R.M. *Theory of Viscoelasticity*, Academic Press, New York, 1982.
- [22] Mottershead J.E. Finite elements for dynamical analysis of helical rods, *Int. J. Mechanical Science*, Vol. 22, 267-283, 1980.
- [23] Oden J.T. ve Reddy J.N. *Variational Methods in Theoretical Mechanics*, Springer, 1976.
- [24] Flügge W. *Viscoelasticity*, Springer: Berlin, Heidelberg, 1975.
- [25] Durbin F. Numerical inversion of Laplace transforms: An efficient improvement to Dubner and Abate's Method, *Computer Journal*, Vol. 17, 371-376, 1974.
- [26] Dubner H. ve Abate J. Numerical inversion of Laplace transforms by relating them to the finite Fourier cosine transform, *Journal of the Association for Computing Machinery*, Vol. 15(1), 115-123, 1968.
- [27] İnan, M. *Elastik Çubukların Genel Teorisi*, Berksoy Matbaası, 1966.
- [28] Fung Y.C. *Foundations of Solid Mechanics*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1965.
- [29] Cinemre V. Başlangıç Değerleri Metodu ile Helisel Çubukların Statik Hesabı, Doktora tezi, İTÜ, İstanbul, 1960.
- [30] Scordelis A.C. Internal forces in uniformly loaded helicoidal girders, *Journal of American Concrete Institute*, Vol. 56, 1013-1026, 1960.
- [31] Holmes A.M.C. Analysis of helical beams under symmetrical loading, *J. Struct. Eng., ASCE*, Vol. 83, 1-37, 1957.