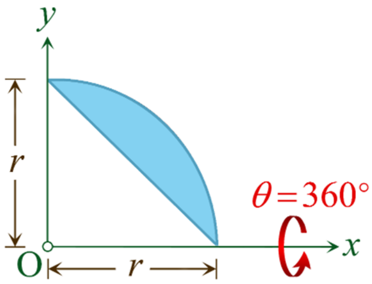
STATİK

Ağırlık Merkezi

Dr. Umit N. ARIBAS

Soru : II. Pappus-Guldinus teoremini kullanarak şekildeki alanın ağırlık merkezini bulunuz.



Çözüm :

Matematiksel işlemleri basitleştirmek için sistem bilinen parçalara ayrılırsa oluşan hacimlerin analitik ifadeleri,

$V_{\text{konik}} = \frac{1}{3}\pi r^3 \quad ; \quad V_{\text{yarım küre}} = \frac{2}{3}\pi r^3$

Analitik ifadeler kullanılarak alanı x ekseni etrafında $\theta = 360°$ döndürme ile oluşacak hacmin ifadesi,

$V_x = \frac{2}{3}\pi r^3 - \frac{1}{3}\pi r^3 = \frac{1}{3}\pi r^3$

Pappus-Guldinus teoremi kullanılarak alanı x ekseni etrafında $\theta = 360°$ döndürme ile oluşacak hacmin ifadesi,

$V_x = 2\pi \bar{y} A = (2\pi)\bar{y}\left[\frac{1}{2}r^2\left(\frac{1}{2}\pi - 1\right)\right] = \frac{1}{2}\pi r^2(\pi - 2)\bar{y}$

Note: Denklemde 360° karşılığı 2π olarak kullanılmaktadır. Döndürme açısına bağlı olarak karşı gelen radyan değeri kullanılır. $\bar{y}$ verilen alanın ağırlık merkezidir, çeyrek daireden üçgenin çıkarılmasına denk düşer. Alan A benzer şekilde hesaplanır.

Ağırlık merkezinin koordinatı,

$$\bar{y} = \frac{2r}{3(\pi - 2)} \cong 0.584r$$